

NG L C H C CH T L U

I. CÁC KHÁI NI M C B N

1. L C TH TÍCH

Ng i ta dùng tên chung là *l c th tích* ch t t c các l c tác ng lên các h t ch t l u, ngo i tr các *l c b m t*. Ch ng h n, l c h p d n, l c i n t , l c quán tính u là các l c th tích.

Cho $\vec{d\vec{f}}$ là l c tác ng lên m t h t ch t l u có th tích dV và kh i l ng dm . Trong c h c ch t l u ng i ta hay dùng các khái ni m l c tác ng lên m t n v th tích \vec{f}_v và l c tác ng lên m t n v kh i l ng \vec{f}_m , nh ngh a nh sau:

$$\vec{d\vec{f}} = \vec{f}_v dV = \vec{f}_m dm \quad (4.1)$$

Do $dm = \rho dV$, v i ρ là kh i l ng riêng c a h t ch t l u, nên ta có h th c sau gi a \vec{f}_v và \vec{f}_m :

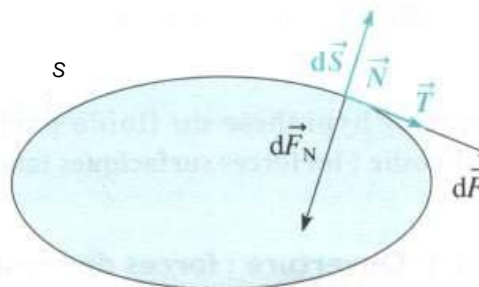
$$\vec{f}_v = \rho \vec{f}_m \quad (4.2)$$

Ví d , i v i tr ng l c ta có:

$$\begin{aligned} \vec{f}_v &= \rho \vec{g} \\ \vec{f}_m &= \vec{g} \end{aligned} \quad (4.3)$$

2. CÁC L C B M T

Xét m t kh i ch t l u gi i h n trong m t m t kín t ng t ng (S) (hình 1.2.1). Ngoài các l c th tích, nó còn ch u tác ng c a các l c trên b m t: ó là l c nén và l c nh t do ph n ch t l u ngoài (S) t o nên.



Hình 4.1 L c nén và l c nh t.

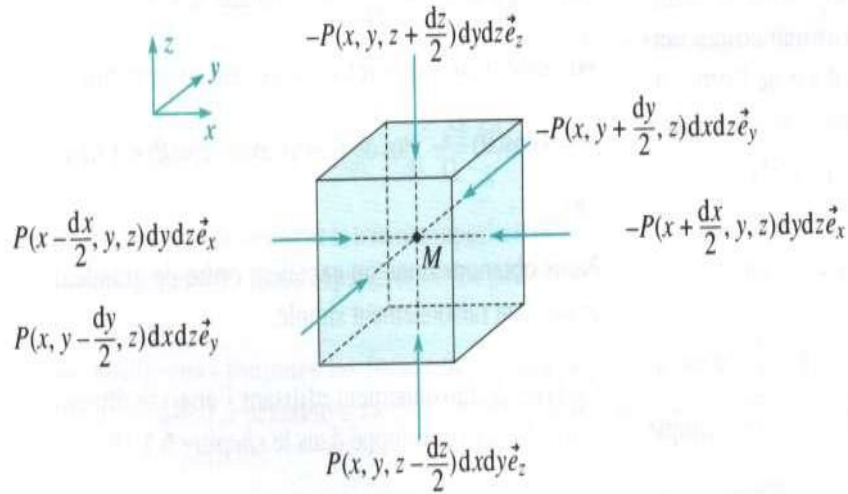
2.1 L C NÉN

G i (dS) là m t y u t b m t trên (S), có vect n v pháp tuy n \vec{n} h ng ra ngoài. L c nén trên (dS) t l v i di n tích dS và áp su t P, có ph ng vuông góc v i (dS) và h ng t ngoài vào trong m t (S):

$$\vec{df} = -P\vec{n}dS \quad (4.4)$$

L c nén toàn ph n tác ng lên h t ch t l u s là t ng c a các l c s c p d ng (4.4). Sau ây chúng ta s v i t bi u th c c a l c nén tác ng lên m t h t ch t l u b t k d i m t d ng thu n t i n h n cho các tính toán sau này.

n g i n, chúng ta xét m t h t ch t l u có d ng m t hình kh i ch nh t có th tích $dV = dxdydz$, có tâm t t i v trí (x,y,z) (hình 1.2.2). L c nén toàn ph n tác ng lên h t ch t l u theo ph ng Ox là:



Hình 4.2

$$\begin{aligned} df_x &= P\left(x - \frac{dx}{2}, y, z\right) dydz - P\left(x + \frac{dx}{2}, y, z\right) dydz \\ &= \frac{\partial P}{\partial x} dxdydz \end{aligned} \quad (4.5)$$

Vì t các bi u th c t ng t nh v y cho các l c nén toàn ph n theo ph ng Oy và Oz, ta thu c:

$$\begin{aligned} d\vec{f} &= - \left(\vec{e}_x \frac{\partial P}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial P}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) dxdydz \\ &= - \vec{grad} P dV \end{aligned} \quad (4.6)$$

Suy ra l c nén trên m t n v th tích và trên m t n v kh i l ng:

$$\begin{aligned}\vec{f}_v &= -\overrightarrow{grad}P \\ \vec{f}_m &= -\frac{\overrightarrow{grad}P}{\rho}\end{aligned}\quad (4.7)$$

Chúng ta có th ch ng t r ng khi kh i l ng riêng ch ph thu c vào áp su t thì \vec{f}_m là gradient c a m t hàm theo áp su t, $\vec{f}_m = \overrightarrow{grad}\varphi(P)$. Th t v y, t:

$$\varphi(P) = -\int_{P_0}^P \frac{du}{\rho(u)} \quad (4.8)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial P} \overrightarrow{grad}P = -\frac{\overrightarrow{grad}P}{\rho(P)} \quad (4.9)$$

V y, khi $\rho = \rho(P)$ thì:

$$\vec{f}_m = \overrightarrow{grad}\varphi(P) \quad (4.10)$$

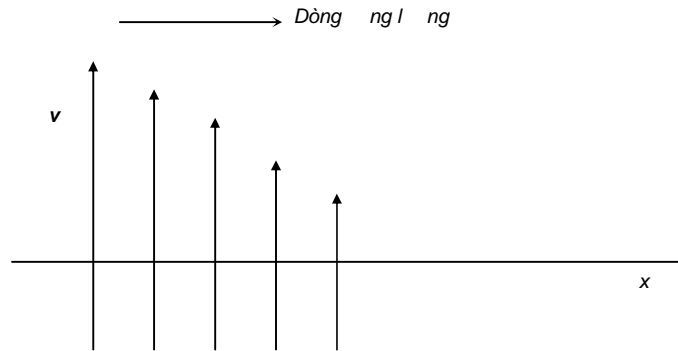
2.2 L C NH T

T ng t nh s khu ch tán và khu ch tán nhi t, tính nh t hay ma sát n i có b n ch t là chuy n ng nhi t c a các phân t v t ch t.

Chúng ta nh l i là n u nh trong ch t l u có m t s chênh l ch v n ng h t, thì chuy n ng nhi t h n lo n s tái l p s cân b ng v n ng . Nh v y, trong hi n t ng khu ch tán chuy n ng nhi t ã gây nên m t dòng d ch chuy n các h t. Trong khu ch tán nhi t, chuy n ng nhi t t o nên m t dòng nhi t (n ng l ng) tái l p cân b ng nhi t . Còn trong hi n t ng nh t thì i l ng c các phân t chuy n i l i là ng l ng, n u nh trong ch t l u có m t chênh l ch v ng l ng.

minh h a hi n t ng này, chúng ta hãy hình dung m t dòng ch y l p, v i v n t c gi m d n theo ph ng vuông góc v i dòng ch y (hình 1.2.3). Do chuy n ng nhi t, các phân t chuy n ng qua l i gi a các l p. Tuy nhi ên, vì các phân t trong l p trên chuy n ng nhanh h n, nên tính chung s có m t chuy n d i ng l ng t l p trên xu ng l p d i. Các l p chuy n ng nhanh h n s “kéo” các l p chuy n ng ch m h n, còn b n thân chúng thì chuy n ng ch m d n cho t i khi có s cân

b ng v ng l ng gi a các l p. Nh v y, có th nói là có m t m t l c nh t hay ma sát làm cho các l p ch y nhanh chuy n ng ch m d n l i.



Hình 4.3

Th c nghi m cho th y ng l ng chuy n i qua m t n v đi n tích vuông góc v i m t ph ng nào ó và trong m t n v th i gian thì t l v i gradient v n t c theo ph ng ó. T c là:

$$p = -\eta \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.11)$$

Trong ó η là h s nh t c a ch t l u. D u tr cho th y dòng ng l ng i theo chi u gi m c a v n t c. Vì l c b ng t c b i n thiên c a ng l ng, nên l c nh t tác ng lên m t n v đi n tích c a m t l p ch t l u là:

$$f = \eta \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.12)$$

Trong bài này chúng ta ch quan tâm t i các ch t l u không nh t, g i là các ch t l u lý t ng.

2.3 S C C NG M T NGOÀI

Các phân t trong m t ch t l u còn t ng tác v i nhau, t o nên m t l c hút lên các phân t m t ngoài c a ch t l u, g i là s c c ng m t ngoài. Còn i v i các phân t bên trong ch t l u thì l c hút ó tác ng t m i phía, t o nên m t l c toàn ph n b ng không.

Trong bài này chúng ta ch quan tâm t i chuy n ng c a các kh i ch t l u mà không ý t i các hi n t ng trên b m t, do ó s c c ng m t ngoài c ng s c b qua cùng v i l c nh t.

II. PH NG TRÌNH VI PHÂN CHUY N NG C A L U CH T LÝ T NG - PH NG TRÌNH EULER

1. Khái ni m

Ch t l ng lý t ng là ch t l ng mà ta có th b qua l c ma sát nh t c a các ph n bên trong ch t l ng khi chuy n ng t ng i v i nhau. Đ i v i ch t l ng lý t ng, ta s bi u di n ng i c a m t phân t ch t l u b ng m t ng dòng mà tí p tuy n v i nó t i m i i m có ph ng chi u trùng v i véc t v n t c c a ch t l u t i i m ó. T p h p toàn b các ng dòng bi u di n cho c kh i ch t l u c g i là ng dòng.

N u chúng ta c t ng dòng b ng m t m t ph ng S vuông góc ng th i v i các ng dòng, thì t i m i i m trên di n tích S này v n t c các phân t s có l n b ng nhau. Khi coi ch t l ng là lý t ng (không có tính nh t) áp su t th y ng h ng theo pháp tuy n c a m t tác d ng

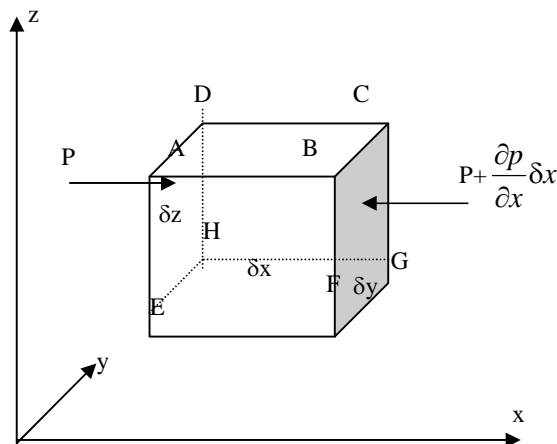
2. Ph ng trình vi phân chuy n ng c a ch t l ng lý t ng (ph ng trình Euler)

2.1. Ph ng trình Euler:

Trong c h c, nguyên lý bi n thiên ng l ng c phát bi u nh sau: ngo i l c tác d ng lên m t h th ng l u ch t b ng t c thay i ng l ng c a kh i l u ch t ó.

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_w \rho \vec{u} dW \quad (4.13)$$

Xét kh i l u ch t hình h p vô cùng nh ABCDEFGH (hình 1.2.1) có các c nh δx , δy , δz .



Hình 4.4

G i p, ρ , \vec{F} và \vec{u} là áp su t, kh i l ng riêng, vect c ng l c kh i và vect v n t c t i tr ng tâm c a kh i. Ph ng trính ng l ng áp d ng cho kh i l u ch t có d ng:

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{f}_m + \sum \vec{f}_s = \rho \cdot \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z \cdot \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (4.14)$$

Trong ó: $\sum \vec{f}$ là t ng ngo i l c tác d ng lên kh i l u ch t, bao g m l c kh i $\sum \vec{f}_m$, l c m t $\sum \vec{f}_s$. Trên ph ng x, các l c tác d ng lên kh i l u ch t bao g m:

* L c kh i: $\rho F_x \delta x \delta y \delta z$

(v i F_x là hình chi u c a \vec{F} trên ph ng x).

* L c m t: $\rho \delta y \delta z - s$

L c m t trên b n b m t còn l i không có thành ph n trên ph ng x. Ph ng trính (4.14) c chi u xu ng ph ng x và th c các l c vào ta c:

$$\sum F_x = \rho F_x \delta x \delta y \delta z - \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \delta y \delta z = \rho \delta x \delta y \delta z \frac{du_x}{dt} \quad (4.15)$$

T ó suy ra:

$$\rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{du_x}{dt} \quad (4.16a)$$

T ng t , xét trên ph ng y và ph ng z, ta c ng có:

$$\rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \frac{du_y}{dt} \quad (4.16a)$$

$$\rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \frac{du_z}{dt} \quad (4.16c)$$

H 3 ph ng trính (4.16a,b,c) là h ph ng trính vi phân chuy n ng c a l u ch t lý t ng, còn g i là h ph ng trính Euler. D i d ng vector, h này có th c vi t:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (4.17)$$

Trong tr ng h p l u ch t lý t ng, không nén c, h ph ng trính này có 4 n là u_x, u_y, u_z và áp su t là p. g i i h ph ng trính này ta áp d ng thêm ph ng trính liên t c:

$$\operatorname{div} \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (4.18)$$

Ph ng trình vi phân chuy n ng có th c vi t d i d ng Lamb-Grômekô nh sau:

T 4.16a, ta có:

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (4.19)$$

C ng tr vào v ph i c a ph ng trình s h ng $u_y \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x}$

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \left[u_z \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) - u_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right]$$

Ta chú ý r ng:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}{2} \right) = u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} = 2w_y$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial y} = 2w_x$$

Ph ng trình tr thành:

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_z w_y - u_y w_z) \quad (4.20a)$$

T ng t , ta bi n i 2 ph ng trình còn l i (4.16b) và (4.17c) thành:

$$F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_x w_z - u_z w_x) \quad (4.20b)$$

$$F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} \right) + 2(u_y w_x - u_x w_y) \quad (4.20c)$$

Hay d i d ng vecto, 3 ph ng trình (4.20a,b,c)

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \operatorname{grad} \frac{u^2}{2} + 2\vec{\omega} \times \vec{u} \quad (4.21)$$

ây là ph ãng trình vi phân chuy n ãng c a l u ch t lý t ãng d ãng Lamb-Grômekô

2.2 Tích phân ph ãng trình Euler:

Trong nhi u tr ãng h p th ãng g p trong th c t , l c kh i l ãng \vec{F} là l c có th , khi ó, nh ã bi t trong c h c lý thuy t, ta luôn tìm c m t hàm vô h ãng sao cho:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad}\pi$$

$$F_x = \frac{\partial \pi}{\partial x}; F_y = -\frac{\partial \pi}{\partial y}; F_z = -\frac{\partial \pi}{\partial z} \quad (4.22)$$

Hàm $\pi(x,y,z)$ c g i là hàm th . Ta c ãng g i $\Pi(x,y,z)$ là hàm áp su t v i:

$$\text{grad}\Pi = \frac{1}{\rho} \text{grad}p$$

$$\text{Hay } \Pi = \int \frac{dp}{\rho} \quad (4.23)$$

Ph ãng trình (1.9) c vi t thành:

$$-\text{grad}\left(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2}\right) = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + 2\vec{\omega} \times \vec{u} \quad (4.24)$$

Ta xét m t s tr ãng h p c bi t sau:

- **Tr ãng h p chuy n ãng không quay (chuy n ãng th).**

Khi ó t n t i m t hàm th v n t c $\varphi(x,y,z)$.

$$\vec{u} = \text{grad}\varphi \Rightarrow \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \text{grad}\varphi = \text{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

Do chuy n ãng là không quay nên $\vec{\omega} = 0$, ph ãng trình (4.24) tr ãng thành:

$$\text{grad}\left(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2}\right) = \text{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

$$\text{grad}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \pi + \Pi + \frac{u^2}{2}\right) = 0 \quad (4.25)$$

$$\text{hay: } \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \pi + \Pi + \frac{u^2}{2} = C$$

Ta g i (4.25) là tích phân Cauchy _Lagrange. H ãng s C có tr s ãnh ãnh nhau cho b t k i m nào trong môi tr ãng l u ch t chuy n ãng.

- **Tr ñng h p chuy n ñng n ñnh, tích phân đ c theo ñng dòng:**

Ta có ph ñng trình (4.24) c b b t thành ph ñ o hàm riêng ph ñ n theo th i gian:

$$-grad(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2}) = 2\vec{\omega} \times \vec{u} \quad (4.26)$$

Nhân vô h ñng 2 v c a ph ñng trình (4.26) cho m t o n vi phân ñng dòng $d\vec{s} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$ ta c:

$$-grad(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2}).d\vec{s} = [2\vec{\omega} \times \vec{u}].d\vec{s}$$

$$\text{Hay: } -d(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2})|_{d\vec{s}} = [2\vec{\omega} \times \vec{u}].d\vec{s} \quad (4.27)$$

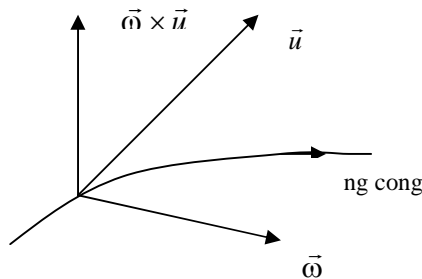
V i $d(f)|_{d\vec{s}}$ ký hi u là vi phân c a hàm f trên ph ñng $d\vec{s}$. Theo hình 1.2 ta nh ñn th y, vect \vec{u} ti p tuy n v i ñng dòng, vect $\vec{\omega} \times \vec{u}$ luôn th ñng góc v i vect \vec{u} ñh a là c ñng th ñng góc v i $d\vec{s}$. Do v y $[\vec{\omega} \times \vec{u}].d\vec{s} = 0$

$$\text{Và } -d(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2})|_{d\vec{s}} = 0$$

Ta suy ra:

$$\pi + \Pi + \frac{u^2}{2} = C \quad (4.28)$$

V i h ñng s C có giá tr ñh ñnh a t i m i i m trên m t ñng dòng. Còn g i a các ñng dòng khác nhau C có giá tr khác nhau. Ta g i (4.28) là tích phân Euler.



Hình 4.2

- **Tr ñng h p chuy n ñng n ñnh, tích phân đ c theo ñng xoáy:**

ñng xoáy là ñng cong v ch ra trong l u ch t chuy n ñng sao cho vect v n t c quay t i các i m trên ñng ó ti p tuy n v i nó.

T ñg t ñh khi tích phân ph ñg trình Euler đ c theo ñg ñồng, ph ñg trình
(4.26) c ñhân vô h ñg v i m t o n vi phân ñg xoáy $d\vec{s} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$,
và ta c ñg c:

$$-d(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2})|_{d\vec{s}} = [2\vec{\omega} \times \vec{u}].d\vec{s} \quad (4.29)$$

Vect $(\vec{\omega} \times \vec{u})$ c ñg luôn th ñg góc v i vect $d\vec{s}$.

Do v y: $[\vec{\omega} \times \vec{u}].d\vec{s} = 0$

Và: $-d(\pi + \Pi + \frac{u^2}{2})|_{d\vec{s}} = 0$

Suy ra:

$$\pi + \Pi + \frac{u^2}{2} = C \quad (4.30)$$

V i h ñg s C có giá tr ñh ñhau t i m i i m trên m t ñg xoáy.

- **Tr ñg h p chuy n ñg ñ ñh, tích phân theo ph ñg pháp tuy n v i ñg ñồng.**

Xét phân t l u ch t th i i m t trong h to t ñh iên g c t t i v trí c a
phân t , v i các vect ñn v : $(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$, trong ó $\vec{\tau}$ ti p xúc v i qu o, \vec{n} h ñg
theo pháp tuy n v i qu o. Ta có:

$$\vec{u} = u\vec{\tau} \Rightarrow \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{\tau} \frac{du}{dt} + u \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{\tau} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \vec{n} \frac{u^2}{R} \quad (4.31)$$

V i $\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{n} \frac{u}{R}$ (theo tam di ñn Frenet).

Ph ñg trình Euler (1.5) tr ñh ñh ñh :

$$-[\vec{grad}(\pi + \Pi)] = \vec{\tau} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \vec{n} \frac{u^2}{R} \quad (4.32)$$

Nhân 2 v c a ph ñg trình trên cho m t o n vi phân pháp tuy n c a ñg ñồng
 $d\vec{n}$:

$$\begin{aligned} -[\vec{grad}(\pi + \Pi)] &= \left[\vec{\tau} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \vec{n} \frac{u^2}{R} \right].d\vec{n} \\ \Rightarrow -\left[\frac{\partial}{\partial n}(\pi + \Pi) \right] dn &= \frac{u^2}{R}.dn \end{aligned}$$

$$\text{Hay: } \frac{\partial}{\partial n}(\pi + \Pi) = -\frac{u^2}{R} \quad (4.33)$$

• **Tr ng h p l u ch t tr ng l c lý t ng, không nén:**

Khi tr ng l c th là tr ng l c, trong h to Descartes v i tr c Oz th ng ng, h ng t d i lên, l c kh i \vec{F} có các thành ph n nh sau:

$$F_x = F_y = 0 \text{ và } F_z = -g.$$

T ó suy ra: $\pi = gz$

L u ch t không nén nên hàm áp su t:

$$\Pi = p/\rho$$

các tích phân trên c vi t l i nh sau:

chuy n ng không quay: ph ng trình (4.25) tr thành:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = C \quad (4.34a)$$

N u chuy n ng n nh, ta có ph ng trình:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = C \quad (4.34b)$$

H ng s C có tr s nh nhau v i b t k i m nào trong môi tr ng chuy n ng.

Chuy n ng n nh, tích phân d c theo ng dòng: ph ng trình (4.28) tr thành:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = C \text{ hay } z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = C \quad (4.35)$$

H ng s C có giá tr nh nhau t i m i i m trên m t ng dòng còn g i a các ng dòng khác nhau, C có giá tr khác nhau. Ph ng trình (4.25) c g i là ph ng trình Bernoulli.

Chuy n ng n nh, tích phân d c theo ng xoáy: ph ng trình (4.30) tr thành:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = C \text{ hay } z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = C \quad (4.36)$$

H ng s C có giá tr nh nhau t i m i i m trên m t ng xoáy, còn g i a các ng xoáy khác nhau, C có giá tr khác nhau.

Chuyển động nh, tích phân theo phương pháp tuy n v i ng dòng, ph ng trình (1.21) tr thành:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) = -\frac{u^2}{R} \quad (4.37)$$

Khi các ng dòng g n nh th ng và song song v i nhau hay m t c t t ph ng, ta có $R \rightarrow \infty$, ta suy ra:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) = 0$$

Hay

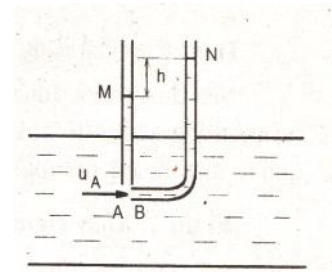
$$gz + p/\rho = \text{const trên ph ng } \vec{n} \quad (4.38)$$

Nghĩa là t i t t c các i m trên m t c t t ph ng áp su t phân b theo qui lu t thu t nh, ta g i chuyển đ i m t c t ó là chuyển đ i d n.

Ví d 1: ng Pitô dùng đo l u i m (l u ch t không nén c).

ng Pitô g m 2 o n ng nh hình.

ng M th ng ng dùng o c t áp t nh, ng N u n ngang dùng đo c t áp ng. o v n t c t i i m A, ng i ta t 2 u ng t i i m A v i o n ng N theo chi u v n t c ta mu n o. B qua m t n ng l ng.



Xác nh l u t c u_A theo chênh c t áp th ng ng h. Cho $h = 30\text{mm}$.

G i

tính l u t c t i i m A, ta áp d ng ph ng trình Bernoulli (4.47) cho ng dòng qua 2 i m A, B (i m B n m phía trong ng sát mi ng ng, $u_B = 0$)

$$Z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{u_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{u_B^2}{2g} \quad (a)$$

L u ch t trong 2 ng o áp tr ng thái t nh, nên ta áp d ng ph ng trình th y t nh:

$$Z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_M + \frac{p_M}{\gamma} ; z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_N + \frac{p_N}{\gamma}$$

Th vào ph ng trình (a) ta có:

$$\frac{u_A^2}{2g} = (z_N + \frac{p_N}{\gamma}) - (z_M + \frac{p_M}{\gamma}) = h \quad (b)$$

Ta suy ra v n t c t i A là:

$$U_A = \sqrt{2gh}$$

Tr ng h p ta o c h = 30mm

V n t c t i A có giá tr $u_A = \sqrt{2(9,81m/s^2)(0,3m)} = 2,42m/s$

* Th c t do m t n g l ng nên $u_A = \varphi \sqrt{2gh}$ v i φ h i l n h n l

* N u o v n t c i m A trong môi tr ng ch t l ng có m t thoáng (ví d trong kênh) thì ta không c n dùng ng M, chênhh th ng ng tính t m t thoáng ($p = p_a$) n m c ch tn l ng N.

Ví d 2

M t bình ch a l u ch t quay u quanh tr c th ng ng, v i v n t c quay không i ω . Xác nh ph ng trình tính áp su t t i m t i m b t k trong l u ch t.

Gi i

T i m t v trí M b t k có bán kính r tính t tr c quay, v n t c c a phân t l u ch t t i M có giá tr

$$u = \omega .r$$

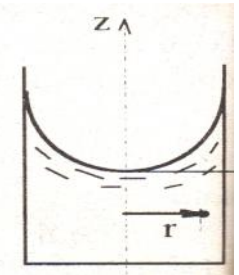
Áp d ng ph ng trình (ta chú ý r ng tr c pháp tuy n \vec{n} cùng ph ng và ng c chi u v i tr c \vec{r} và bán kính chín khúc $R = r$), ta c:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) = \frac{u^2}{r} = \omega^2 r$$

Tích phân ph ng trình trên ta c;

$$Gz + \frac{p}{\rho} = \omega^2 r^2 + C'$$

$$\text{Suy ra: } p = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho gz + C$$



III. PH NG TRÌNH CHUY N NG C A L U CH T TH C (PH NG TRÌNH NAVIER – STOKES)

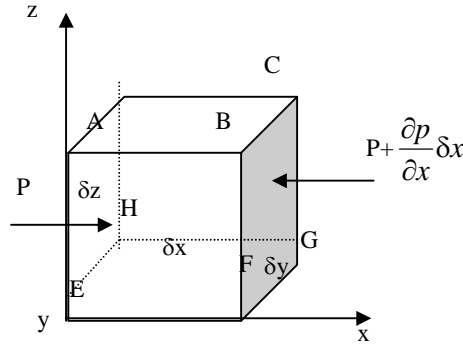
1. Khái ni m

Ph ng trình Navier-Stokes, c t tên theo Claude-Louis Navier và George Gabriel Stokes, miêu t chuy n ng c a các dòng ch y nh các lo i dung d ch và các lo i khí. Nh ng ph ng trình này thi t l p nh ng thay i trong momentum trong nh ng th tích vô cùng nh c a ch t l ng n thu n ch là t ng c a các l c nh t tiêu

tán d n (t ng t nh ma sát), thay i trong áp su t, tr ng l ng, và các l c khác t ng tác bên trong ch t l ng: m t ng d ng c a nh lu t 2 c a Newton.

2. Ph ng trình Navier-Stokes

Ph ng trình Euler c vi t cho l u ch t lý t ng, ngh a là b qua l c ma sát. Ngo i l c tác d ng g m có l c kh i và l c m t, trong ó l c m t ch là áp l c. Chuy n ng c a l u ch t th c luôn có ma sát. ng su t b m t t i l i m s g m 9 th ành ph n.



Hình 4.5

Trong ó theo ph ng x có 3 thành ph n là σ_{xx} , τ_{yx} và τ_{xy} . Các ng su t này c xác nh theo nh lu t ma sát nh t c a Newton m r ng:

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (4.39a)$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (4.39b)$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (4.39c)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right); \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

$$\text{Và } \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad (4.39d)$$

Ho c vi t d i d ng tensor:

$$\sigma_{ii} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_l}{\partial l} \delta_{ij} \quad (4.40)$$

T ng t nh khi thi t l p ph ng trình Euler, ta c ng xét m t kh i l u ch t hình h p vô cùng nh ABCDEFGH. Ngo i l c tác d ng c ng g m có l c kh i và l c m t, trong ó thành ph n trên ph ng x c a l c kh i v n c tính nh c :

$$pF_x \delta x \delta y \delta z \quad (4.41)$$

Còn l c m t chi u lên ph ng x c tính:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \delta x \delta y \delta z + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (4.42)$$

Th (4.39a) và (4.39d) vào (4.42) Ta c:

$$\left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] \delta x \delta y \delta z \quad (4.43)$$

Ph ng trình (1.2) c chi u xu ng ph ng x và th (4.41), (4.42) vào ta c:

$$p \delta x \delta y \delta z + \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] \delta x \delta y \delta z \\ = p \delta x \delta y \delta z \frac{du_x}{dt}$$

Ho c:

$$p \delta x \delta y \delta z + \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_x + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\text{div} \vec{u}) \right] \delta x \delta y \delta z = p \delta x \delta y \delta z \frac{du_x}{dt}$$

Sau khi n gi n $p \delta x \delta y \delta z$ ta có ph ng trình:

$$pF_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_x + \frac{1}{3} \mu \text{div} u_x = p \frac{du_x}{dt} \quad (4.44a)$$

T ng t , xét trên ph ng y và ph ng z, ta c ng có:

$$pF_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 u_y + \frac{1}{3} \mu \text{div} u_y = p \frac{du_y}{dt} \quad (4.44b)$$

$$pF_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 u_z + \frac{1}{3} \mu \text{div} u_z = p \frac{du_z}{dt} \quad (4.44c)$$

D i d ng vector, h (4.44a) - (4.44b) c vi t nh sau:

$$\vec{F} - \frac{1}{p} \text{grad} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \frac{\nu}{3} \text{grad} (\text{div} \vec{u}) = \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (4.45)$$

V i các toán t :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{và} \quad \text{grad} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

Ph ng trình (4.45) c g i là ph ng trình Navier-Stokes. i v i l u ch t không nén c, $\text{div} u = 0$ nên ph ng trình ch còn d i d ng sau:

$$\vec{F} - \frac{1}{p} \text{grad} p + \nu \nabla^2 \vec{u} = \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (4.46a)$$

Ta có th vi t ph ng tr nh Navier-Stokes d i d ng tensor nh sau:

$$F_i = \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i u_k) \quad (4.46b)$$

(v i I = x,y,z j = x,y,z v à z=x,y,z)

Ph ng tr nh Navier-Stokes là ph ng tr nh phi tuy n, r t khó gi i. b ng ph ng pháp gi i tích, ph ng tr nh c gi i trong m t s tr ng h p c bi t, ph ng tr nh ã c n gi n hóa. Ví d ph ng tr nh l p biên. T khi máy tính i n t ra i cùng v i s t i n b c a ph ng pháp s , vi c gi i các ph ng tr nh vi phân nay ã có nh ng b c t i n rõ r t. Ph ng tr nh Navier-Stokes nay ã có th gi i c b ng phép gi i g n úng.

3. Thi t l p ph ng tr nh

S thi t l p các ph ng tr nh Navier-Stokes b t u v i s b o toàn c a kh i l ng, momentum, và n ng l ng c vi t cho m t th tích ang xem xét b t kì. D ng t ng quát nh t c a h ph ng tr nh Navier-Stokes là:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbb{T} + \mathbf{f}$$

ây ch là nh lu t b o toàn momentum trong m t ch t l ng, ch là áp d ng nh lu t 2 c a Newton cho m t continuum (môi tr ng ng nh t). Ph ng tr nh này th ng c vi t d i d ng o hàm th t s (substantive derivative), làm rõ ây ch là m t áp d ng c a nh lu t 2 c a Newton:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbb{T} + \mathbf{f}$$

Bên ph i c a ph ng tr nh này là t ng c a các l c tác ng lên v t th . ∇p là gradient áp su t và xu t phát t áp su t vuông góc xu t h i n trong b t kì dòng ch y nào. $\nabla \cdot \mathbb{T}$ là i di n cho các l c bi n d ng trong ch t l ng, thông th ng là do các hi u ng c a tính nh t. \mathbf{f} i di n cho các l c "khác", nh là tr ng l c.

c ng c a s bi n d ng $\nabla \cdot \mathbb{T}$ th ng ch a nhi u n s , do ó d ng t ng quát ó không th áp d ng tr c ti p c cho b t kì bài toán nào. Vì lí do ó, các gi thi t v các hành vi c a s bi n d ng c a m t ch t l ng c a ra (d a trên các quan sát trong t nhiên) và n gi n i l ng này v các bi n quen thu c khác, ví d nh v n t c. Ví d , i l ng này th ng rút v $\mu \nabla^2 \mathbf{v}$ khi ch t l ng là không nén c và có tính ch t Newton.

Ph ng trình Navier-Stokes ch là m t phát bi u c a nh lu t b o toàn momentum. miêu t toàn b h n dòng ch y, nhi u thông tin h n c n ph i có (ph thu c vào các gi s a ra), i u này có th bao g m s b o toàn kh i l ng, s b o toàn n ng l ng, hay là m t ph ng trình tr ng thái.

M c cho các gi thi t trên các dòng ch y là nh th nào, m t phát bi u c a s b o toàn kh i l ng là g n nh luôn luôn c n thi t. i u này t c thông qua ph ng trình liên t c, c a ra d i d ng t ng quát nh t nh là:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

IV. NG D NG CÁC PH NG TRÌNH C B N CHO M T O N DÒNG CH Y C A L U CH T TR NG L C KHÔNG NÉN, CHUY N NG N NH

1. Ph ng trình n ng l ng

$$\iiint_W \frac{d}{dt} \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \rho dW = \iiint_W \rho \vec{F} \cdot \vec{u} dW + \oint_W \vec{T} \cdot \vec{n} dA - \oint_W \vec{q} \cdot \vec{n} dA$$

Sau khi tính toán toán h c ta c ph ng trình n ng l ng nh sau:

$$gz_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2} = gz_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2} + gh_f$$

Hay

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_f$$

Ý ngh a c a t ng s h ng trong ph ng trình

- gz : n ng l ng c a m t n v kh i l ng l u ch t do v trí c a nó so v i m t m t chu n n m ngang b t k , ta g i là v n ng
- Z là v n ng c a l n v tr ng l ng l u ch t
- P/ρ n ng l ng c a l n v kh i l ng l u ch t do áp su t gây nên, ta g i là áp n ng.
- p/γ là áp n ng c a l n v tr ng l ng l u ch t
- T ng $z + p/\gamma$ c g i là th n ng hay c t áp t nh
- $V^2/2$ ng n ng c a l c a l n v kh i l ng l u ch t
- $V^2/2g$ là ng n ng c a l n v tr ng l ng l u ch t, còn c g i là c t n c v n t c

$$T \text{ ng } E = z + \frac{\rho}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \quad \text{c g i là n ng l ng toàn ph n hay c t áp toàn ph n ho c}$$

c t áp ng.

- h_f c g i là m t n ng (t n th t n ng l ng ho c c t áp), có th nguyên là chi u dài, n v là m.

2. Ph ng trình ng l ng

$$\Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{F}_m + \Sigma \vec{F}_s = \rho \left[\Sigma (Q_{ra} \alpha_{ra} \vec{V}_{ra}) - \Sigma (Q_{vào} \alpha_{vào} \vec{V}_{vào}) \right]$$

Ý ngh a c a các s h ng trong ph ng trình

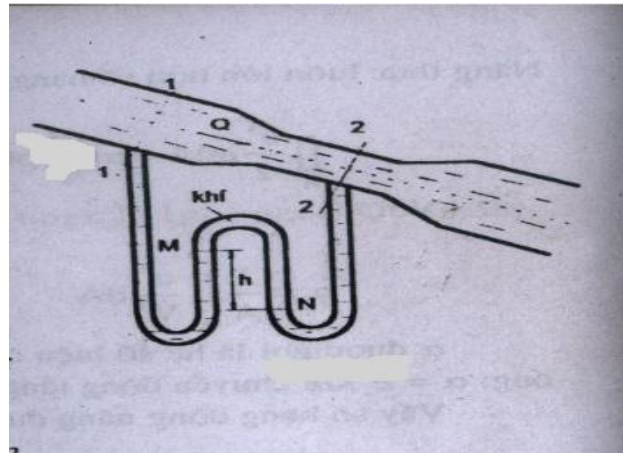
$Q_{ra} \alpha_{ra} \vec{V}_{ra}$ là ng l ng c a các ph n t l u ch t i ra kh i th tích ki m soát trong l n v th i gian.

$Q_{vào} \alpha_{vào} \vec{V}_{vào}$ là ng l ng c a các ph n t l u ch t i vào th tích ki m soát trong l n v th i gian.

3. M t s ng d ng c a ph ng trình n ng l ng và ph ng trình ng l ng

3.1 ng Venturi dùng o l u l ng

M t ng Venturi g m hai o n ng ng n có ng kính khác nhau D_1 và D_2 (v i $D_1 > D_2$). T i m i o n ta l p ng o áp nh hình 1. Xác nh bi u th c tính l u l ng ch t l ng Q ch y trong ng theo chênh c t áp h. V i ch t l ng là n c và $D_1 = 300 \text{ mm}$, $D_2 = 150 \text{ mm}$ và $h = 100 \text{ mm}$



Hình 4.6

Gi i

xác nh l u l ng ch t l ng ch y trong ng, tr c tiên ta áp d ng ph ng trình n ng l ng xác nh v n t c trung bình t i m t m t c t nào ó. Sau ó s d ng ph ng trình liên t c xác nh l u l ng.

Ta ch n m t c t t 1-1 và 2-2. Áp d ng ph ng trình n ng l ng cho o n dòng ch y gi i h n b i hai m t c t l 1-1 và 2-2 (gi s $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$)

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right) - h_f \quad (a)$$

Ta c n xác nh hi u s $\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right)$. Bi tr ng 2 m t c t t 1-1 và 2-2 là hai m t ph ng, áp su t t i các i m trên m t c t phân b theo quy lu t th y t nh và ch t l ng trong ng o áp c ng tr ng thái t nh. T ph ng trình th y t nh ta có:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_M + \frac{P_M}{\gamma} \text{ và } z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = z_N + \frac{P_N}{\gamma}$$

Vì l u ch t gi a MN là khí nên ta có th xem $P_N = P_M$

$$\text{Ta suy ra: } \left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right) = z_M - z_N = h \quad (b)$$

Th ph ng trình (b) vào (a) ta có:

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = h - h_f$$

Áp d ng ph ng trình liên t c: $V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q$

Ta c

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) = \frac{Q^2}{2g} \frac{1}{A_2^2} \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right] = h - h_f$$

$$Q = A_2 \sqrt{\frac{2g(h - h_f)}{1 - (D_2/D_1)^4}} = M \sqrt{2g(h - h_f)}$$

V i $M = \frac{A_2}{\sqrt{1 - (D_2/D_1)^4}}$ ch ph thu c hình d ng ng Venturi

Tr s m t n ng l ng h_f ph i c xác nh b ng thí nghi m. n gi n ng i ta th ng vi t l i d i d ng sau:

$$Q = C.M.\sqrt{2gh} \quad \text{v i } C < 1$$

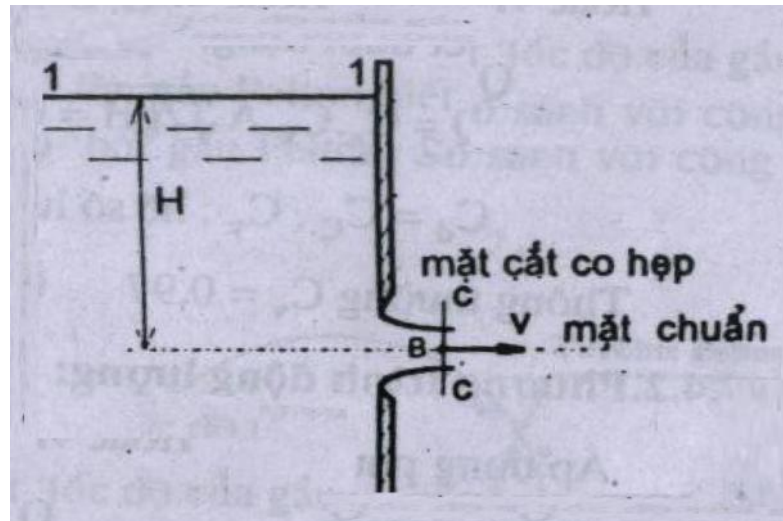
C là h s hi u ch nh l u l ng, h s này do m t n ng sinh ra, tùy thu c vào hình d ng ng Venturi và s Reynolds. N u chuy n ng v i s Re l n, C ch ph thu c vào hình d ng ng Venturi.

Thay b ng s n u b qua ma sát:

$$Q = \frac{\pi (0,15m)^2}{4} \sqrt{\frac{2(9,81m/s^2) \cdot (0,1m)}{1 - (1/2)^4}} = 25,5 \text{ lít/s}$$

3.2 o l u l ng ch t l ng ch y qua l tháo nh

Dòng ch y t b qua l tháo nh có di n tích A, chi u cao e nh h ình v 2. Chi u cao c t ch t l ng H tính t tâm l tháo không i. Xác nh v n t c v à l u l ng ch t l ng ch y qua l tháo.



Hình 4.7

Gi i

Dòng ch y qua l tháo b co h p. T i m t c t co h p các ng dòng g n nh th ng và song song v i nhau nên m t c t t ph ng. i v i dòng tia các m t bên ti p xúc v i khí tr i nên áp su t t i tâm B c a m t c t co h p là áp su t khí tr i $p_B = 0$.

Vì t ph ãng trình n ng l ãng cho o n dòng gi i h n b i 2 m t c t l – l và c – c, m t chu n qua tâm B. Gi s $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_c + \frac{P_c}{\gamma} + \frac{V_c^2}{2g} + h_f$$

Vì m t thoáng b r ng h n l tháo nên $V_1 \ll V_c$, ta có th xem $V_1 \sim 0$. Ta có:

$$P_1 = P_c = P_a \quad Z_c = 0 \quad Z_1 = H$$

Do ó:

$$V = V_c = \sqrt{2g(H - h_f)}$$

Ho c vì t d i d ãng

$$V = C_v \sqrt{2gH}$$

C_v h s l u t c

L u l ng

$$Q = V_c A_c = A_c \sqrt{2g(H - h_f)}$$

Do dòng ch y b co h p khi qua l tháo, di n tích m t c t co h p A_c nh h n di n tích l tháo A và h s co h p C_c = A_c/A nên l u l ng:

$$Q = A_c \sqrt{2g(H - h_f)} = C_c A \sqrt{2g(H - h_f)}$$

Ho c vi t d i d ng

$$Q = C_c C_v A \sqrt{2gH} = C_d A \sqrt{2gH}$$

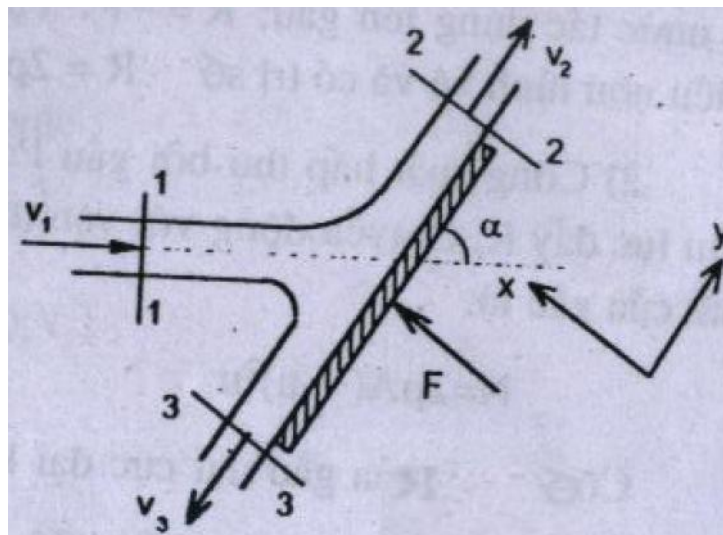
$$C_d = C_c C_v : \text{h s l u l ng}$$

Thông th ng

$$C_v = 0,97 ; \quad C_c = 0,64 ; \quad C_d = 0,62$$

3.3 L c y c a tia n c lên t m ch n c nh.

M t dòng tia l u l ng Q₀, di n tích A p vào m t t m ch n tr n nh n c nh nh hình 4.8. b qua m t n ng và tr ng l ng kh i ch t l ng, xác nh l c y c a tia n c lên t m ch n.



Hình 4.8

Gi i

tính l c y c a tia n c lên t m ch n, ta áp d ng ph ng trình ng l ng cho kh i l u ch t n m trong th tích ki m soát gi i h n b i ba m t c t t 1, 2 và 3 nh hình v .

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F} = \rho (Q_2 \alpha_{02} \vec{V}_2 + Q_3 \alpha_{03} \vec{V}_3 - Q_1 \alpha_{01} \vec{V}_1)$$

Kh i l u ch t ch u tác d ng c a các ngo i l c sau:

▪ Tr ng l ng G (c b qua theo bài).

▪ Áp l c t i các m t c t 1-1, 2-2. Dòng ch y t i ba m t c t trên là dòng tia nên áp su t t i tâm b ng áp su t khí tr i, do ó áp l c d $P = P_C S = 0$.

▪ Ph n l c F c a t m ch n tác d ng l ên ch t l u (vì t m ch n tr n nh n nên n u ch n h t a nh hình v , l c F ch có thành ph n F_X , còn $F_Y = 0$). Gi s $\alpha_{01} = \alpha_{02} = \alpha_{03} = 1$

B qua m t n ng nên ta có: $V_1 = V_2 = V_3 = Q_0/A$

Chi u ph ng trình ng l ng xu ng tr c x:

$$F_X = \rho (0 + 0 + Q_0 V_0 \sin \alpha) = \rho Q_0 V_0 \sin \alpha$$

$F_X > 0$ ngh a là l c \vec{F} cùng chi u v i tr c x

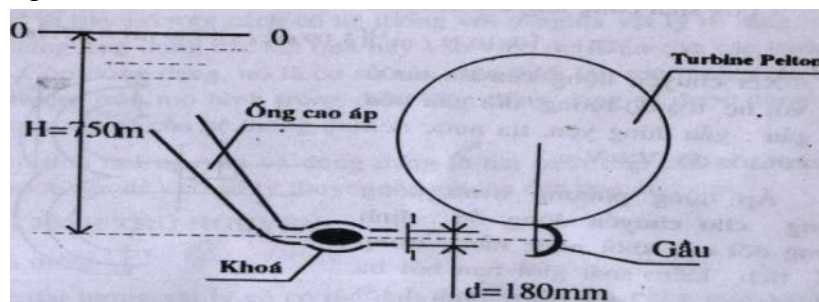
G i \vec{R} là l c y c a tia n c l ên t m ch n: $\vec{R} = -\vec{F}$. l c y \vec{R} có chi u ng c v i chi u tr c x và có c ng là $\rho Q_0 V_0 \sin \alpha$.

3.4 L c y c a tia n c tác d ng vào t m ch n di ng.

M t turbine Pelton c t d i c t n c cao 750m. cu i ng d n cao áp ta có m t khóa n c dùng phun l vôi n c có ng kính $d = 180\text{mm}$ vào g u Pelton. B qua ma sát.

1) Tính l c y c a tia n c l ên g u Pelton bi t t c c a g u là u.

2) Tính công su t h p th b i g u Pelton. So sánh v i công su t cung ng b i c t n c.



Hình 4.9

Gi i

1. Tính v n t c tia n c ra kh i vôi n c (so v i vôi n c)

ng l c h c ch t l u

N c ch y t h ch a có m t thoáng 0-0 ch y vào ng cao áp và qua vòi n c phun ra ngoài không khí. Vì t ph ng trình n ng l ng cho kh i n c gi i h n b i hai m t c t 0-0 và 1-1 (b qua m t n ng) m t chu n qua tâm vòi phun.

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)(750 \text{ m})} = 121.3 \text{ m/s}$$

L u l ng n c ch y ra kh i vòi:

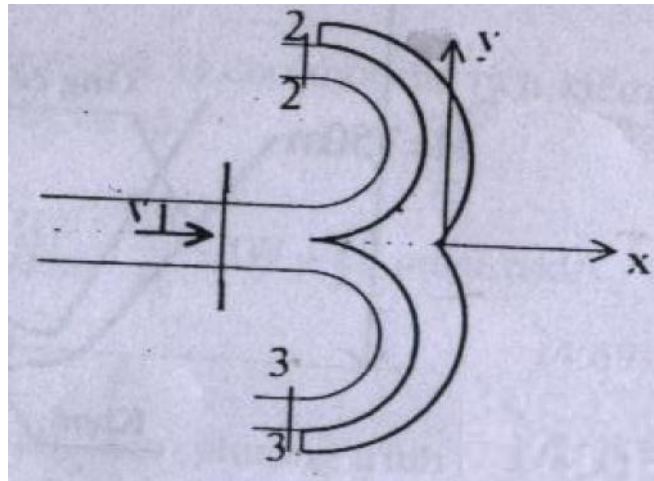
$$Q = VA = V d^2/4 = (121.3 \text{ m/s})(\pi/4)(0.18 \text{ m})^2 = 3.09 \text{ m}^3/\text{s}$$

Công su t cung ng b i c t n c:

$$N = QH = (9810 \text{ N/m}^3)(3.09 \text{ m}^3/\text{s})(750 \text{ m}) = 22.7 \text{ MW}$$

Xét chuy n ng c a tia n c i v i h t a t ng i g n l i n v i g u: g u ng yên, tia n c ng u v i t c $V_1 = V - u$.

Áp d ng ph ng trình ng l ng cho chuy n ng n nh t ng i c a kh i n c n m trong th tích kì m soát gi i h n b i m t c t t 1, 2 và 3 nh hình 5.



Hình 4.10

Các l c tác d ng lên kh i n c là:

- Tr ng l c G theo ph ng z.
- Áp l c = 0 vì các m t bên ti p xúc v i khí tr i.
- Áp l c t i 3 m t c t 1, 2, 3 c ng b ng 0.
- Ph n l c \vec{F} c a g u lên tia n c.

Ph ng trình ng l ng c vi t là:

$$\vec{G} + \vec{F} = \rho(Q_2\vec{V}_2 + Q_3\vec{V}_3 - Q_1\vec{V}_1)$$

Chi u xu ng hai tr c x, y n m ngang:

$$F_y = 0 \text{ và } F_x = (-Q_2V_2 - Q_3V_3 - Q_1V_1)$$

Do b qua m c n ng nên ta có:

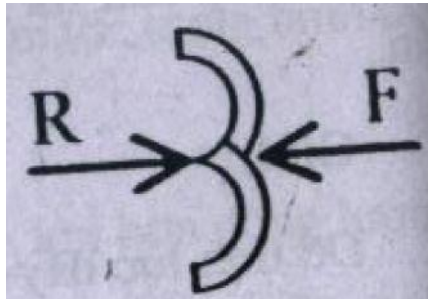
$$V_1 = V_2 = V_3 = V - u$$

Và l u l ng:

$$Q_2 = Q_3 = Q_1/2 = (V - u)A/2$$

$$V y \quad F_x = -2 Q_1(V - u) = -2 A(V - u)^2$$

$F_x < 0$ nên ph n l c \vec{F} ng c chi u v i tr c x. G i \vec{R} là l c y c a tia n c tác d ng lên g u: $\vec{R} = -\vec{F}$. V y g u b y b i l c \vec{R} có ph ng chi u nh hình v và có tr s $R = 2 A(V - u)^2$



Hình 4.11

2. Công su t h p th b i g u Pelton. G u ch u l c y R, chuy n ng v i v n t c u. Công su t c a g u là:

$$N = 2 A(V - u)^2 u$$

Công su t c a g u t c c i khi $u = V/3$. V i v n t c u này, ta tính c:

$$R = 8 A V^2/9 = 8(1000\text{kg/m}^3) \frac{4}{9} (0.18\text{m})^2 (121.3\text{m/s})^2/9 = 332.8\text{KN}$$

$$N_g = R.u = (83.11\text{KN})\left(\frac{121.3\text{m/s}}{3}\right) = 13.46 \text{ MW}$$

Công su t cung ng b i c t n c:

$$N_n = 22.7 \text{ MW}$$

V y công su t cung ng b i c t n c l n h n công su t h p th b i g u.

Nh n xét: l u l ng ra kh i v o i n c là $Q = VA$ nh ng l u l ng n m t g u là $Q_1 = (V - u)A$ nên công su t h p th b i g u r t nh so v i công su t cung ng b i c t n c. s d ng h t công su t c a c t n c, ng i ta b trí s g u trên bánh xe

Pelton, sao cho vòi n c ch a h t tác đ ng lên g u 1 thì ã tác đ ng lên g u 2, nghĩa là toàn b l ng n c ra kh i vòi u n các g u. Khi y l u l ng n c trung bình n l g u b ng l u lu ng n c ra kh i vòi.

Th t v y:

G i t là th i gian turbine quay 1 vòng, n là s cánh turbine

Kh i l ng l u ch t n turbine trong th i gian t là Q_t .

Kh i l ng trung bình m i cánh nh n c là Q_t/n

Th i gian chuy n ng gi a 2 cánh liên ti p nhau là $t = t/n$

V y l u l ng kh i l ng trung bình n l cánh turbine là:

$$\frac{Q_t/n}{t} = Q = VA$$

Tính l c tác đ ng lên cánh turbine:

$$\vec{F} = (Q_2 \vec{V}_2 + Q_3 \vec{V}_3 - Q_1 \vec{V}_1)$$

$$F_x = (-Q_2 V_2 - Q_3 V_3 - Q_1 V_1)$$

mà:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V - u$$

$$Q_2 = Q_3 = Q_1/2 = Q/2 = VA/2$$

Suy ra

$$F_x = -2 Q(V - u)$$

$$R = -F_x = 2 Q(V - u) = 2 AV(V - u)$$

Công su t:

$$N_g = Ru = 2 AV(V - u)u$$

Công su t c a g u t c c i khi $u = V/2$ và tr s công su t c c i là:

$$N_g = AV^3/2 = (1000\text{kg/m}^3) \frac{1}{4} (0.18\text{m})^2 (121.3\text{m/s})^2/2 = 22.7\text{MW}$$

Nh v y trong tr ng h p này công su t h p th b i g u b ng công su t cung c p b i c t n c.